Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. FELADATSOR (30 pont)

5p	**1.** Adott a $z=1-i$ komplex szám. Mutasd ki, hogy $z^2=-2i$.
5p	**2.** Számítsd ki $(g\circ f)(0)$ értéket, ahol $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2016$ és $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-2016$.
5p	**3.** Oldd meg a valós számok halmazán a $3^{x^2-3x}=3^{x-4}$ egyenletet!
5p	**4.** Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy véletlenszerűen kiválasztva az $M=\{1, 2, 3, \ldots, 100\}$ halmazból egy számot, az teljes négyzet legyen!
5p	**5.** Az xOy koordináta-rendszerben adott az $A(0,1)$ pont. Határozd meg az A ponton áthaladó és az $y=3x-2016$ egyenletű egyenessel párhuzamos d egyenes egyenletét!
5p	**6.** Határozd meg az ABC háromszög területét, ha $AB=6$, $AC=4$ és $A=\frac{\pi}{6}$.

II. FELADATSOR (30 pont)

	1. Adott az $A(m)=\begin{pmatrix} m-1 & -1 \\ 2 & m-2 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol m valós szám .
5p	**a)** Mutasd ki, hogy $\det(A(0))=4$.
5p	**b)** Bizonyítsd be, hogy $A(1+m)+A(1-m)=2A(1)$, bármely m valós szám esetén!
5p	**c)** Igazold, hogy az $A(m)$ mátrix invertálható, bármely m valós szám esetén!
	2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x*y=-3xy+9x+9y-24$ műveletet.
5p	**a)** Mutasd ki, hogy $x*y=-3(x-3)(y-3)+3$, bármely x és y valós számok esetén!
5p	**b)** Igazold, hogy a „$*$” műveletet asszociatív!
5p	**c)** Határozd meg az x valós számot, amelyre $(x*x)*x=12$.

III. FELADATSOR (30 pont)

	1. Adott az $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3\ln x$ függvény.
5p	**a)** Mutasd ki, hogy $f'(x)=\frac{3(x^3-1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Határozd meg az f függvény grafikus képéhez tartozó függőleges aszimptota egyenletét!
5p	**c)** Igazold, hogy $f(x)\geq 1$, bármely $x\in(0,+\infty)$ esetén!
	2. Adott az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{2x+3}{x^2+3x+3}$ függvény.
5p	**a)** Mutasd ki, hogy $\int_1^2 (x^2+3x+3)f(x)\,dx=6$.
5p	**b)** Mutasd ki, hogy az f függvény grafikus képe, az Ox tengely, valamint az $x=0$ és $x=3$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területe egyenlő $\ln 7$.
5p	**c)** Igazold, hogy $\int_{-1}^{0} f'(x)f(x)\,dx=0$.